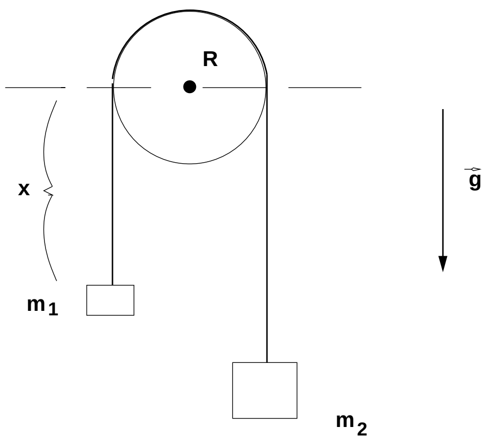
Übungsblatt No.2: Astrophysik II

Bis 21.3.07 **Dozent: Dieter Breitschwerdt**

4. Ein Massepunkt bewege sich in der Ebene unter Einfluss eines äußeren konservativen Kraftfelds $\vec{F}(\vec{r})$. Leiten Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen in Polarkoordinaten her. Wieviel Freiheitsgrade hat das System?

5. An einer reibungsfreien und masselosen Rolle R hängen 2 Massen m_1 und m_2 an einem masselosen Seil der Länge l (s. Abb.) und seien der Schwerkraft unterworfen.
Leiten Sie die Euler-Lagrange-Gln. her und lösen Sie die daraus resultierenden Bewegungsgleichungen für folgende Randbedingungen: das System sei anfangs in Ruhe und die Masse m_1 befinde sich zu dieser Zeit bei $x(0) = x_0$.
Wieviel Freiheitsgrade hat das System?



6. Berechnen Sie die Bahn einer ballistischen Rakete (Massepunkt mit Masse m), die unter einem Winkel α zur Erdoberfläche abgeschossen wird, wobei die Rakete einer geschwindigkeitsabhängigen Reibungskraft $\vec{F}_R = -k\,\vec{v}$, $k \in \mathbb{R}$, ausgesetzt sei und sich im Schwerefeld der Erde bewege. Leiten Sie die Euler-Lagrange-Gln. her und lösen Sie diese.
Hinweis: Da das aus $\vec{F}_R$ resultierende Potential geschwindigkeitsabhängig ist, benutzen Sie die ELG in der Form:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j,$$

wobei sich die generalisierte Kraft Q_j aus einem generalisierten Potential $\mathcal{F}$ ableiten läßt, d.h.

$$Q_j = \sum_i \vec{F}_R \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} = -\sum_i \vec{\nabla}_v \, \mathcal{F} \cdot \frac{\partial \dot{\vec{r}}_i}{\partial \dot{q}_j} = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}_j}$$

7. Geben Sie die Bedingungen an, für die folgende Integrale stationär werden ($y' = \frac{dy}{dx}$) und bestimmen Sie die daraus resultierende Kurve $y(x)$.

a) $\int\limits_{x_1}^{x_2} \sqrt{x}\sqrt{1+y'^2}\,dx$

b) $\int\limits_{x_1}^{x_2} x\sqrt{1-y'^2}\,dx$